Nota bene: prima di cominciare scrivere chiaramente il proprio nome e cognome sui fogli e sui diagrammi allegati.
I dati del compito sono personalizzati secondo le iniziali: nel seguito, *N* indica il numero corrispondente alla iniziale del nome e *C* quello corrispondente alla iniziale del cognome secondo la tabella seguente

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

PROBLEMA 1, peso = 40%.

Una linea di pompaggio (vedi Figura 1) posta nel fondovalle invia ad un bacino, posto sulla sommità di una collina, una portata costante di acqua pari a (250+***N***) kg/s. La conduttura di adduzione dell'acqua ha una lunghezza di 2000 m (il tratto AB è di lunghezza trascurabile). Le condutture di discesa dell'acqua sono due identiche in parallelo, ciascuna con un diametro di 0.2 m ed una lunghezza di (1000+100****C***) m. Al termine di dette condotte, l'acqua viene accelerata in un ugello ben rastremato fino alla velocità w_D = (50+***C***/2) m/s. Ipotizzando che il sistema funzioni in condizioni stazionarie, che il fattore di Darcy-Weisbach in entrambi i tubi sia pari a λ = 0.03, e che le perdite di carico concentrate siano trascurabili, si determini:

1. la velocità media dell'acqua all'interno delle condutture di discesa, w_{CD};
2. il dislivello H tra la superficie libera dell'acqua presente nel bacino, posto sulla sommità della collina, e la bocca di uscita dell'acqua dalla conduttura di discesa che assicura la stessa portata in ingresso ed in uscita al bacino;
3. il diametro della conduttura di immissione nel bacino, se in essa si vuole assicurare una velocità w_{AC} = 3 m/s;
4. la prevalenza della pompa in ingresso, h'_P;
5. la potenza assorbita e resa da tale pompa, se essa ha rendimento η_p = 0.6+(***C***/200);
6. la pressione relativa all'ingresso della tubatura di adduzione (punto B).
7. la potenza meccanica erogata da una turbina idraulica posta a valle delle tubazioni di discesa, se il rendimento idraulico di tale turbina è pari a η_T = 0.9-(***C***/200), ed il rendimento globale del sistema, inteso come (potenza erogata dalla turbina)/(potenza assorbita dalla pompa).

Per l'acqua si assumano le seguenti proprietà: densità ρ = 1000 kg/m^3, viscosita μ = 1 mPas

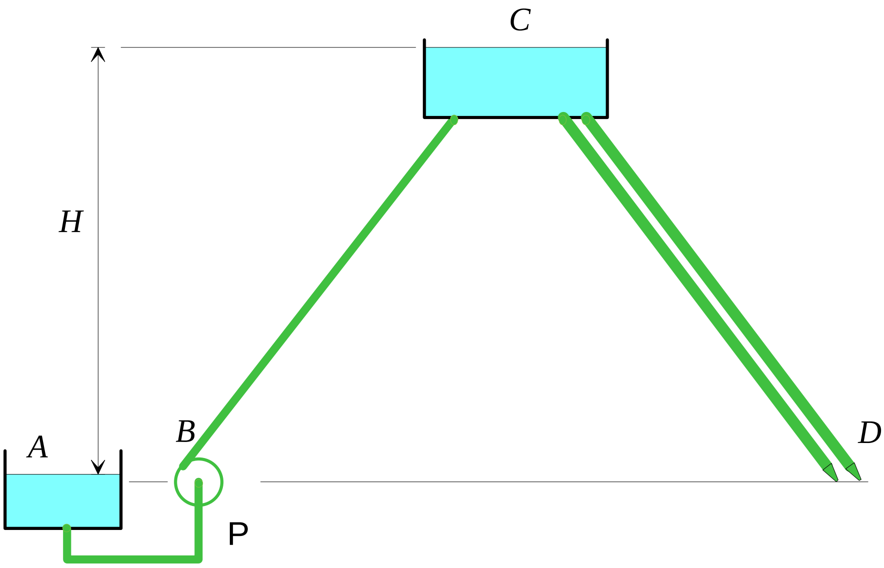


Figura 1

PROBLEMA 2, peso =40%.

Un ugello riceve in ingresso aria a pressione, temperatura e velocità pari rispettivamente a p_1 = 15+0.1***C*** bar, T_1 = 800 °C, w_1 = 50 m/s; la sezione di ingresso ha un'area A_1 = 100+5***N*** mm^2; la pressione in uscita vale p_2 = 2 bar.
Considerando la trasformazione del fluido adiabatica e reversibile, si determinino:

1. il numero di Mach in ingresso;
2. la temperatura e la velocità di uscita del fluido, w_2, T_2;
3. la sezione di uscita, A_2;
4. il numero di Mach in uscita, M_2;
5. la pressione e la temperatura del gas nella sezione di gola, p_3, T_3;
6. l'area della sezione di gola dell'ugello, A_3;

Si consideri l'aria un gas ideale (c_p = costante= 1004 J/kg K ed R = 287.13 J/kg K).

PROBLEMA 3, peso = 60%.

Il sistema di compressori interrefrigerato rappresentato in Figura 2 è destinato a comprimere il fluido R134a fino alla pressione finale p_4 = 20 bar, a partire dalle condizioni iniziali p_1 = 0.3 bar, x_1 = 1. Sono inoltre noti i seguenti dati:

- portata volumetrica di fluido in uscita, G_{v4} = 40+***N*** m^3/h;
- pressione intermedia $p_2 = p_3$ = 10 bar;
- temperatura di uscita del fluido dal refrigeratore intermedio T_3 = 40 °C.
- temperature di ingresso e di uscita dell'acqua dal refrigeratore intermedio T_5 = 30 °C, T_6 = 40+(0.5 ***C***) °C.
- rendimento isoentropico del compressore A, η_{cA} = 0.8+(***N***/200) e del compressore B, η_{cB} = 0.8;

Nelle ulteriori ipotesi che il sistema sia in condizioni stazionarie, i compressori possano essere considerati adiabatici, determinare:

1. la temperature di uscita del fluido dai due stadi, T_2 e T_4 ;
2. la potenza totale necessaria per la compressione, $W'_{mA} + W'_{mB}$
3. la potenza termica scambiata nel refrigeratore intermedio, W_t ;
4. la portata di acqua necessaria per il refrigeratore intermedio;
5. il rendimento exergetico del refrigeratore intermedio;
6. il rendimento exergetico del compressore B;
7. tracciare le trasformazioni subite dal fluido R134a sul diagramma *p-h* allegato.

NOTE: si può considerare l'acqua un fluido incomprimibile con c = costante= 4186 J/kg K e v = 0.001 m^3/kg. Si assuma per lo stato morto la temperatura T_0 = 298.15 K.

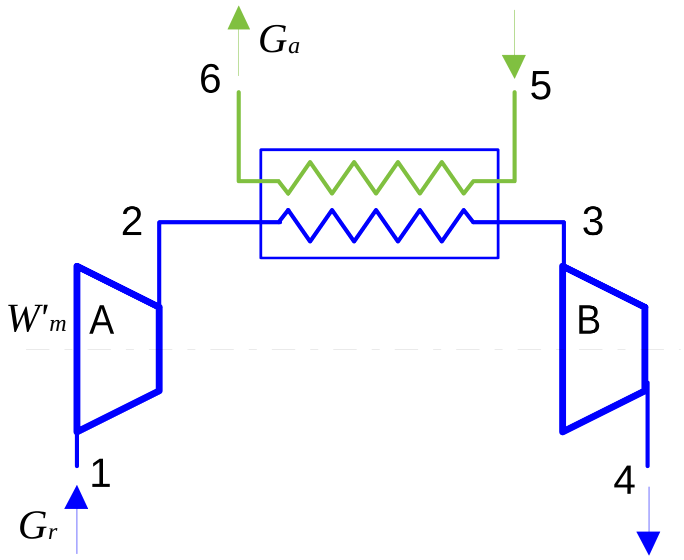
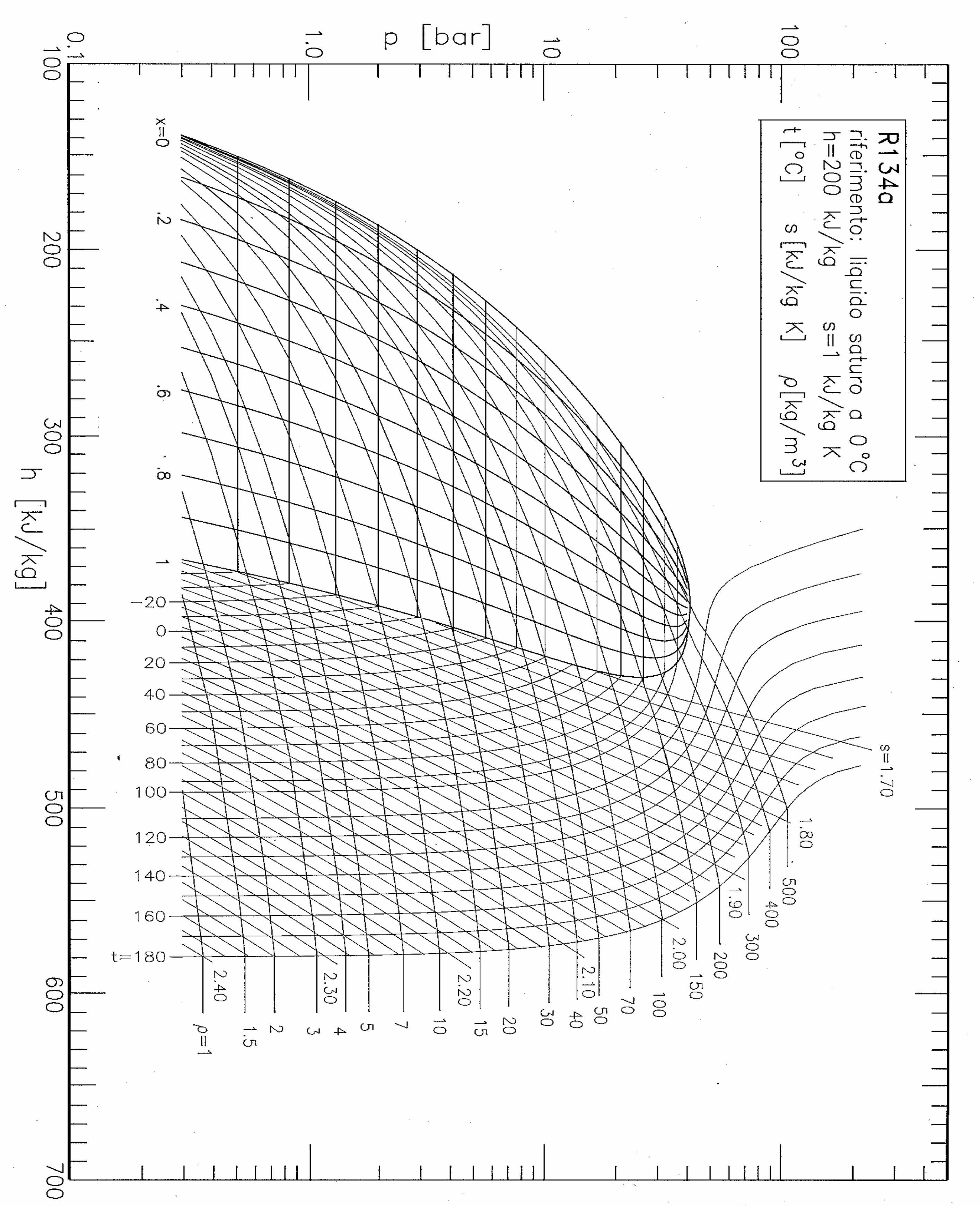


Figura 2



NOTA BENE:
i valori delle entalpie differiscono da quelli delle tabelle riportate sulle dispense di un valore costante pari a 226.8 kJ/kg

SOLUZIONI

*I valori numerici sono ottenuti per lo "studente" Daniel Bernoulli, (**N** = 4, **C** = 2). I risultati personalizzati sono calcolabili tramite il file EXCEL SOL06.XLS, disponibile in rete a partire da oggi pomeriggio.*

PROBLEMA 1

Domanda 1: La velocità media di portata nei ramo discendente si ottiene come segue

$$G = \rho\, w_{CD}\, 2\, A_{CD} \;=\; \rho\, w_{CD}\, 2 \frac{\pi D_{CD}^2}{4} \quad \Rightarrow \quad w_{CD} = \frac{4G}{2\rho\pi D_{CD}^2} \;=\; 4.05 \text{ m/s}$$

detta velocità differisce da quella di uscita w_D a causa della presenza dell'ugello terminale.
Il numero di Reynolds nel ramo discendente vale

$$Re_{CD} = \frac{\rho\, w_{CD}\, D_{CD}}{\mu} = 985240$$ quindi il moto è turbolento.

Domanda 2:
Si può applicare l'equazione di Bernoulli al circuito aperto CD, dalla superficie libera del bacino allo sbocco del tubo discendente a valle dell'ugello. Bisogna considerare una sola delle due tubazioni in parallelo.

$$\cancel{\frac{p_D - p_C}{\rho g}} + \frac{w_D^2 - \cancel{w_C^2}}{2g} + (z_D - z_C) = -h_{ad,CD} - \cancel{h_{ac,CD}} + \cancel{h'}$$

dove sono stati cancellati i termini nulli o trascurabili. In particolare, la pressione è pari a quella atmosferica sia in ingresso che in uscita, la velocità sulla superficie libera è nulla, e si è assunto $\alpha = 1$ per il moto turbolento.

le perdite di carico distribuite si possono calcolare come $h_{ad,CD} = \frac{\lambda}{2g}\frac{L_{CD}}{D_{CD}} w_{CD}^2$ = 150 m. Sostituendo nell'equazione di Bernoulli:

$$(z_C - z_D) \;=\; H \;=\; h_{ad,CD} + \frac{w_D^2}{2g} \;=\; \frac{w_D^2}{2g}\left(\lambda \frac{L_{CD}}{D_{CD}} + 1\right) \;=\; 216 \text{ m}$$

In altri termini, l'energia potenziale disponibile nel bacino viene utilizzata per vincere le perdite di carico nella tubazione discendente e per imprimere la velocità di uscita w_D al fluido.

Domanda 3: Il diametro della tubazione ascendente si ricava dall'equazione di continuità

$$D_{AC} = \sqrt{\frac{4G}{\rho\pi w_B}} = 0.3 \text{ m}$$

Domanda 4: La prevalenza della pompa si può ricavare dall'equazione di Bernoulli applicata al ramo AC del circuito

$$\cancel{\frac{p_C - p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{w_C^2 - w_A^2}{2g}} + (z_C - z_D) = -h_{ad,AC} - \cancel{h_{ac,CD}} + h'$$

le perdite distribuite nel ramo ascendente valgono $h_{ad,AC} = \frac{\lambda}{2g}\frac{L_{AC}}{D_{AC}} w_B^2$ = 84 m, da cui si ricava la prevalenza della pompa

$$h' = H + h_{ad,AC} = 300 \text{ m}$$

Domanda 5: La potenza resa ed assorbita dalla pompa sono date da

$$W_{p,r} = G\, g\, h' = 745 \text{ kW} \quad , \quad W_{p,a} = \frac{G\, g\, h'}{\eta_P} = 1226 \text{ kW}$$

Domanda 6: La pressione relativa a valle della pompa (punto B) può essere calcolata applicando l'equazione di Bernoulli alla sola pompa (tratto AB)

$$\frac{p_B - p_A}{\rho g} + \frac{w_B^2}{2g} = h' \quad \rightarrow \quad p_B - p_A = \rho\, g \left(h' - \frac{w_B^2}{2g}\right) = 29.4 \text{ bar}$$

(dato che nel punto A si ha la pressione atmosferica, questa rappresenta la pressione relativa in B).

Domanda 7: all'uscita della tubazione discendente è disponibile una energia per unità di peso data da $w_D^2/2$; la potenza disponibile è allora data da

W_{disp} = (portata in peso)*(energia per unità di peso) = $G\, g \frac{w_D^2}{2}$ = 330 kW

La potenza erogata dalla turbina è $W_{tur} = \eta_T W_{disp}$ = 290.7 kW

Ed infine il rendimento globale del sistema è dato da $\eta_G = \frac{W_{tur}}{W_{p,a}} = 0.24$

PROBLEMA 2

Domanda 1: La velocità del suono in uscita, per un gas ideale, è

$c_1 = \sqrt{k\,R\,T_1} =$ = 656.9 m/s

e quindi si ha

$M_1 = \frac{w_1}{c_1}$ = 0.076

Domanda 2: La temperatura di uscita dell'aria è ottenibile immediatamente da

$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{R/c_p}$ = 600.8 K = 327.7 °C

Per quanto riguarda la velocità di uscita, si ricorre al bilancio di energia per un sistema adiabatico e indeformabile

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} - h_2$$

ed essendo il gas ideale

$w_2 = \sqrt{2\,c_p\,(T_1 - T_2) + w_1^2}$ = 975.1 m/s

Domanda 3: La sezione di uscita può essere ricavata dal bilancio di massa

$\rho_1\, w_1\, A_1 = \rho_2\, w_2\, A_2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{w_1\, A_1}{v_1} = \frac{w_2\, A_2}{v_2}$ = -104.5 kW (il segno negativo indica che è assorbita).

dove i volumi specifici sono dati da

$v_1 = \frac{R\,T_1}{p_1}$ = 0.2027 m^3/kg ; $v_2 = \frac{R\,T_2}{p_2}$ = 0.8626 m^3/kg

pertanto si ha

$A_2 = A_1 \frac{w_1\, v_2}{w_2 v_1}$ = 26.2 mm^2.

Domanda 4: La velocità del suono in uscita, per un gas ideale, è

$c_2 = \sqrt{k\,R\,T_2} =$ = 491.6 m/s

e quindi si ha

$M_2 = \frac{w_2}{c_2}$ = 1.98

pertanto, dato che il moto è subsonico in ingresso e supersonico in uscita, si tratta di un ugello di De Laval.

Domanda 5: La temperatura nella sezione ristretta può essere ricavata dal bilancio di energia e dal fatto che M_3=1 ovvero w_3=c_3

$$c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2} = c_p T_3 + \frac{w_3^2}{2} \qquad \rightarrow \qquad w_3^2 = c_3^2 = R\,k\,T_3$$

$$c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2} = \left(c_p + \frac{Rk}{2}\right) T_3 \qquad \rightarrow \qquad T_3 = \frac{c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2}}{c_p + \frac{Rk}{2}} = \frac{T_1 + \frac{w_1^2}{2\,c_p}}{1 + \frac{Rk}{2\,c_p}} = \frac{T_1 + \frac{w_1^2}{2\,c_p}}{1 + \frac{k-1}{2}}$$ = 895.1 K

La pressione p_3 si può ottenere semplicemente dall'espansione isoentropica

$p_3 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{c_p/R} = 8.06$ bar

Domanda 6: Per la sezione di gola si ricorre di nuovo al bilancio di massa

$$\rho_1\, w_1\, A_1 = \rho_3\, w_3\, A_3 \qquad \rightarrow \qquad \frac{w_1\, A_1}{v_1} = \frac{w_3\, A_3}{v_3}$$

dove il volume specifico v_3 è dato da

$v_3 = \frac{R\,T_3}{p_3}$ = 0.3188 m^3/kg pertanto si ha $A_3 = A_1 \frac{w_1\, v_3}{w_3 v_1}$ = 15.7 mm^2, che come atteso, è più piccola di A_2.

PROBLEMA 3

Domanda 1: Dalle tabelle termodinamiche o dal diagramma si ricavano i seguenti valori delle grandezze di stato nelle sezioni di interesse:

pto	pressione	vol	temp.	entalpia	entropia	exergia	titolo
	bar	m³/kg	°C	kJ/kg	kJ/kg K	kJ/kg	
1	0.3	0.5958	-49.68	202.0	0.911	-69.8	1
2i	10.0	0.0230	59.81	275.4	0.911	3.7	
2	10.0	0.0249	75.24	291.6	0.959	5.7	
3	10.0	0.020	40	254.0	0.845	2.1	
4i	20.0	0.0097	71.15	267.8	0.845	15.9	
4	20.0	0.0099	73.61	271.3	0.855	16.4	

dove i dati usati come input sono indicati nelle caselle in colore.
In particolare, le entalpie h_2 e h_4 si ricavano a partire da quella ideale, h_{2i} , h_{4i} ,mediante la definizione di rendimento isoentropico del compressore

$$\eta_c = \frac{h_{2i} - h_1}{h_2 - h_1} \quad \rightarrow \quad h_2 = h_1 + \frac{(h_{2i} - h_1)}{\eta_c} \quad = 291.6 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_c = \frac{h_{4i} - h_3}{h_4 - h_3} \quad \rightarrow \quad h_4 = h_3 + \frac{(h_{4i} - h_3)}{\eta_c} \quad = 271.3 \text{ kJ/kg}$$

Questo permette di determinare direttamente le temperature T_2 e T_4 tramite il diagramma o le tabelle termodinamiche.

Domanda 2: E' necessario innanzitutto determinare la portata massica di R134a nel sistema

$$G_r = \frac{G_{v4}}{v_4} = 1.23 \text{ kg/s}$$

La potenza assorbita dai due compressori vale

$$W'_m = W'_{mA} + W'_{mB} = G_r (h_1 - h_2) + G_r (h_3 - h_4) = -131.4 \text{ kW}$$

Domanda 3: La potenza scambiata nel refrigeratore intermedio è

$$W_t = G_r (h_3 - h_2) \quad = 46 \text{ kW}$$

Domanda 4: la portata di acqua nello scambiatore a superficie intermedio si ricava dal bilancio energetico del medesimo

$$G_r (h_2 - h_3) = G_a (h_6 - h_5) = G_a\, c_{p,a} (T_6 - T_5) \quad \rightarrow \quad G_a = G_r \frac{(h_2 - h_3)}{c_{p.a} (T_6 - T_5)} \quad = 1 \text{ kg/s}$$

Domanda 5: il rendimento exergetico dello scambiatore intermedio è dato per definizione da

$$\varepsilon = \frac{G_a\, (a_{f,6} - a_{f,5})}{G_r\, (a_{f,2} - a_{f,3})} = \frac{G_a\, c_p \left[(T_6 - T_5) - T_0 \ln \frac{T_6}{T_5} \right]}{G_r \left[(h_2 - h_3) - T_0 (s_2 - s_3) \right]} = \quad 0.35$$

dove l'acqua di raffreddamento è stata considerata un fluido incomprimibile.

Domanda 6: il rendimento exergetico di un compressore è dato per definizione da

$$\varepsilon = \frac{\text{potenza minima necessaria}}{\text{potenza reale}} = \frac{W'_{m,a}}{W'_m} = \frac{\cancel{G}\, (a_{f2} - a_{f1})}{\cancel{G}\, (h_2 - h_1)} \quad = 0.83$$