

# Appunti ed Esercizi di *Fisica Tecnica*

## Cap. 10. Elementi di psicrometria

*Nicola Forgione*

*Paolo Di Marco*

*Versione 2016.00 – 02.10.2016.*

*La presente dispensa è redatta ad esclusivo uso didattico per gli allievi dei corsi di studi universitari dell'Università di Pisa. Gli autori se ne riservano tutti i diritti. Essa può essere riprodotta solo totalmente ed al fine summenzionato, non può essere alterata in alcuna maniera o essere rivenduta ad un costo superiore a quello netto della riproduzione. Ogni altra forma di uso e riproduzione deve essere autorizzata per scritto dall'autore. Gli autori saranno grati a chiunque segnali loro errori, inesattezze o possibili miglioramenti.*

## 1. Definizione

La psicrometria è la scienza che studia le proprietà termodinamiche delle miscele aria-vapore e gli effetti di queste miscele sui materiali e sul comfort umano.

## 2. Miscela aria-vapore

L'aria è una miscela di azoto (78 % in volume), ossigeno (21 % in volume) e di piccoli quantitativi di altri gas. **L'aria atmosferica** contiene anche vapore d'acqua (o umidità). Nel caso che l'aria non contenga vapore viene detta **aria secca** mentre nel caso opposto viene detta **aria umida**.

Lo studio dell'aria atmosferica come miscela gas-vapore è alla base delle applicazioni di condizionamento dell'aria. Infatti, sebbene la quantità di acqua contenuta nell'aria ambiente sia piccola essa riveste un'importanza fondamentale per il benessere dell'uomo.

La temperatura dell'aria nelle applicazioni di condizionamento varia tra circa  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Essa risulta quindi sempre più alta della temperatura critica dell'aria secca ( $-141\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) per cui l'aria è in fase gassosa. Inoltre sia l'aria che il vapore si trovano ad una pressione molto minore di quella critica ( $p_{a,cr} = 37.7 \cdot 10^5\text{ Pa}$ ,  $p_{v,cr} = 221 \cdot 10^5\text{ Pa}$ ). L'aria atmosferica può quindi essere trattata come una miscela di gas perfetti la cui pressione è, per la legge di Dalton, la somma delle pressioni parziali dell'aria secca e di quella del vapore.

$$p = p_a + p_v, \dots \begin{cases} p_a V = m_a R_a T, & R_a = 287.06\text{ J/(kg K)} \\ p_v V = m_v R_v T, & R_v = 461.52\text{ J/(kg K)} \end{cases}$$

Dal momento che sia l'aria che il vapore si considerano dei gas perfetti, la loro entalpia sarà funzione solo della temperatura. Se si prende  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  come temperatura di riferimento, con l'acqua allo stato liquido, si ha

$$h_a = c_{pa} T = 1.005 T, \quad h_v = h_{iv} + c_{pv} T = 2501.3 + 1.820 T \quad -10 \leq t \leq 50\text{ }^{\circ}\text{C}$$

le entalpie sono in kJ/kg, mentre le temperature sono in  $^{\circ}\text{C}$ . Nel seguito verranno definiti per punti le principali proprietà utilizzate per caratterizzare lo stato termodinamico dell'aria umida.

- Il **titolo** dell'aria umida o **umidità specifica**,  $\omega$ , è la massa di vapore d'acqua contenuta nell'unità di massa d'aria secca:

$$\omega \equiv \frac{m_v}{m_a} = \frac{R_a p_v}{R_v p_a} = 0.622 \frac{p_v}{p - p_v} \Rightarrow \begin{cases} p_a = \frac{0.622}{0.622 + \omega} p \\ p_v = \frac{\omega}{0.622 + \omega} p \end{cases}$$

In una trasformazione a pressione (totale) costante (trasformazioni più comuni)  $p_a$  e  $p_v$  rimangono separatamente costanti finché rimane costante il titolo  $\omega$ .

L'umidità specifica è una quantità adimensionale (kg vapore/kg aria secca) ma in taluni casi viene espressa in (g vapore/kg aria secca); in tal caso il suo valore deve essere diviso per 1000 prima di utilizzarlo nei calcoli.

- Il **volume specifico** dell'aria umida,  $v$ , viene valutato con riferimento all'unità di massa dell'aria secca:

$$v \equiv \frac{V}{m_a} = \frac{R_a T}{p_a} = \frac{R_a T}{p - p_v} = \frac{R_a T}{0.622 p} (0.622 + \omega) \quad [\text{m}^3/(\text{kg aria secca})]$$

Nella formula precedente  $T$  è in gradi Kelvin.

- La **densità** dell'aria umida,  $\rho$ , è definita come la massa d'aria umida contenuta nell'unità di volume:

$$\rho \equiv \frac{m_a + m_v}{V} = \frac{m_a}{V} (1 + \omega) = \frac{(1 + \omega)}{v} = \frac{0.622 p}{R_a T} \left( \frac{1 + \omega}{0.622 + \omega} \right) \quad [\text{kg/m}^3]$$

Dalla formula precedente si vede che, a parità di temperatura e di pressione totale della miscela aria-vapore, la densità è una funzione decrescente di  $\omega$  e, quindi, che l'aria più umida è anche più leggera. Questo comportamento è importante per mantenere le condizioni di flusso nelle torri di raffreddamento a circolazione naturale, come si vedrà nel seguito.

E', inoltre, importante notare come, in base alle precedenti definizioni, deriva che la densità dell'aria umida *non* risulta uguale al reciproco del volume specifico dell'aria umida.

- L'**entalpia** dell'aria umida,  $h$ , per unità di massa dell'aria secca è data dalla somma dell'entalpia dell'aria secca e dell'entalpia del vapor d'acqua:

$$h \equiv \frac{H_a + H_v}{m_a} = h_a + h_v \omega = 1.005T + \omega (2501.3 + 1.82T) \quad [\text{kJ}/(\text{kg aria secca})]$$

- Se ad 1 kg d'aria secca si aggiunge del vapore la pressione parziale del vapore tende ad aumentare fino ad arrivare alla pressione di saturazione corrispondente alla temperatura della miscela. In queste condizioni qualunque altra quantità di vapore aggiunta all'aria condenserà (nebbia). Quando l'aria non sarà più in grado di contenere altro vapore si dirà **satura**. L'**umidità relativa** dell'aria umida,  $\phi$ , è la quantità di vapore che l'aria effettivamente contiene diviso la quantità massima che essa potrebbe contenere alla stessa temperatura:

$$\phi \equiv \frac{m_v}{m_{v,sat}} = \frac{p_v}{p_{v,sat}} \Rightarrow \omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,sat}}{p - \phi p_{v,sat}} \quad [\text{adim.}]$$

La pressione di saturazione dell'acqua può essere determinata mediante la seguente formula approssimata:  $p_{v,sat} \cong 1000 \cdot \exp[16.6536 - 4030.183/(T + 235)]$ , con  $T$  espresso in °C.

- La **temperatura di rugiada**,  $T_r$ , è definita come quella temperatura alla quale inizia la condensazione quando si impone all'aria un raffreddamento isobaro (temperatura di saturazione alla pressione parziale del vapore):

$$T_r \equiv T_{sat}(p_v)$$

- La **temperatura di bulbo umido**,  $T_{bu}$ , è la temperatura misurata con un termometro il cui bulbo sia stato ricoperto con una garza bagnata con acqua pura ed esposto ad una corrente d'aria. Si ha:  $T_r \leq T_{bu} \leq T$ . Per l'aria satura risulta:  $T_{bu} = T_r = T$ .

### 3. I diagrammi psicometrici

L'aria umida è un fluido termodinamico *trivariante*, ovvero sono necessarie tre variabili per determinarne lo stato (la terza variabile può essere ad esempio la quantità di vapore presente nell'unità di massa di aria). Tuttavia, *se si fissa la pressione totale della miscela* rimangono da precisare due sole variabili di stato e si può rappresentare lo stato del sistema su diagrammi piani.

Nello studio dei problemi relativi al condizionamento dell'aria si ricorre ai cosiddetti diagrammi psicometrici (riferiti normalmente alla pressione di 1 atm = 101325 Pa) che consentono una risoluzione grafica dei problemi stessi. Questi diagrammi permettono, note due grandezze tra  $T$ ,  $T_{bu}$ ,  $T_r$ ,  $\phi$ ,  $\omega$ ,  $v$ ,  $h$  del miscuglio aria-vapore, di identificare tutte le altre grandezze.

I diagrammi psicometrici più comunemente usati sono tre. Il diagramma psicometrico **di Mollier** è un diagramma ad assi obliqui le cui coordinate sono umidità specifica ed entalpia (v. figura 1), generalmente noto nel formato dovuto all'**ASHRAE** (v. figura 2). Il **diagramma psicometrico Carrier** (v. figura 3) è l'unico che usa le coordinate rettangolari (temperatura di bulbo secco ed umidità specifica).

La differenza tra i diagrammi suddetti è quasi impercettibile: nel diagramma di Mollier, le linee isoentalpiche sono parallele e quelle a temperatura di bulbo asciutto lievemente divergenti; nel diagramma Carrier avviene l'opposto.

Nel diagramma Carrier sull'asse delle ascisse è riportata la temperatura di bulbo secco e sull'asse delle ordinate l'umidità specifica; all'interno sono disegnate diverse famiglie di linee, facilmente distinguibili, il cui significato è riportato nello schema semplificato di figura 4.

Su questo diagramma, oltre alle linee a temperatura e ad umidità specifica costante vengono riportate le linee ad umidità relativa costante, quelle a temperatura di bulbo umido costante e le linee a volume specifico costante. In diagrammi dettagliati vengono pure riportate le linee di deviazione dell'entalpia rispetto ai valori di saturazione (su scale disegnate perpendicolarmente alle linee a temperatura di bulbo umido costante): si tiene così conto del fatto che le isoentalpiche non sono parallele, come precedentemente esposto.

Sul diagramma Carrier è disegnato un **punto di riferimento** o **polo** (in corrispondenza di una temperatura di bulbo secco  $t = 24$  °C e di un'umidità relativa  $\phi = 50$  %) che, una volta noto il fattore termico (che sarà definito in seguito), consente di rappresentare l'evoluzione dell'aria nei vari processi di condizionamento.

Esistono anche programmi di calcolo, come ad esempio CATT e REFPROP, in grado di calcolare le proprietà dell'aria umida.

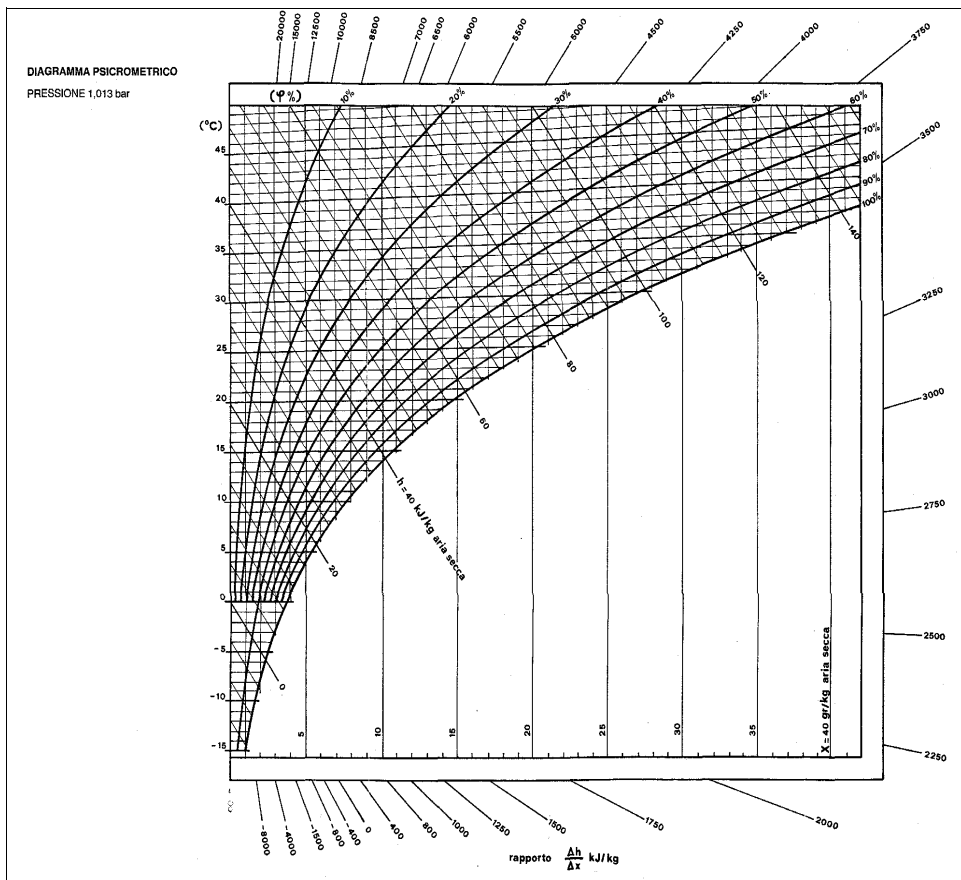


Figura 1: Diagramma psicrometrico di Mollier.

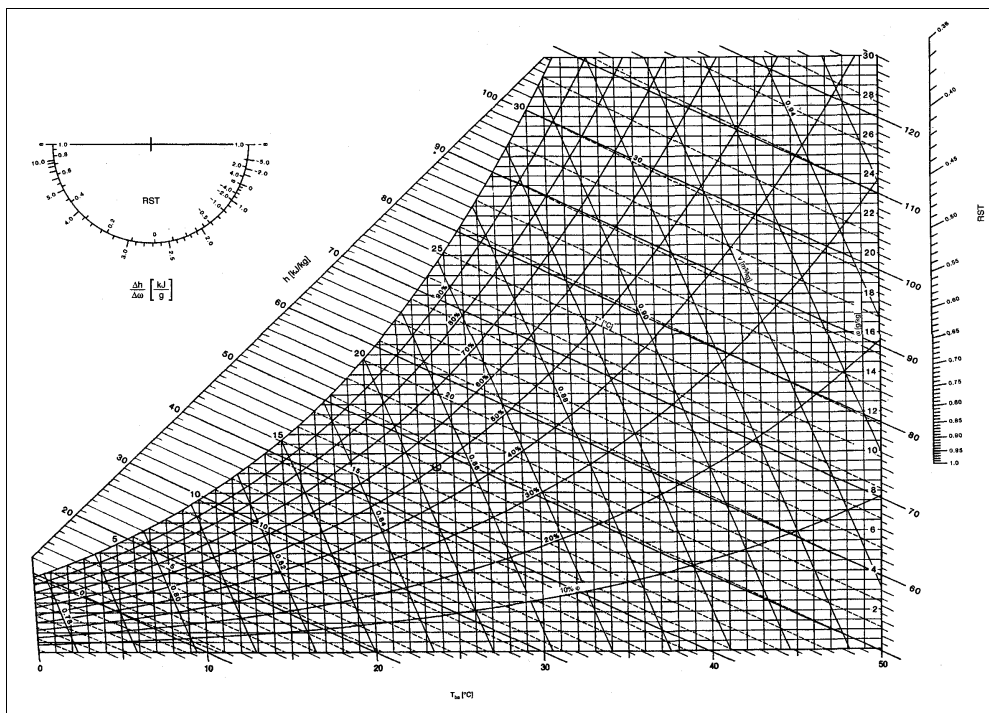


Figura 2: Diagramma psicrometrico di Mollier, versione ASHRAE.

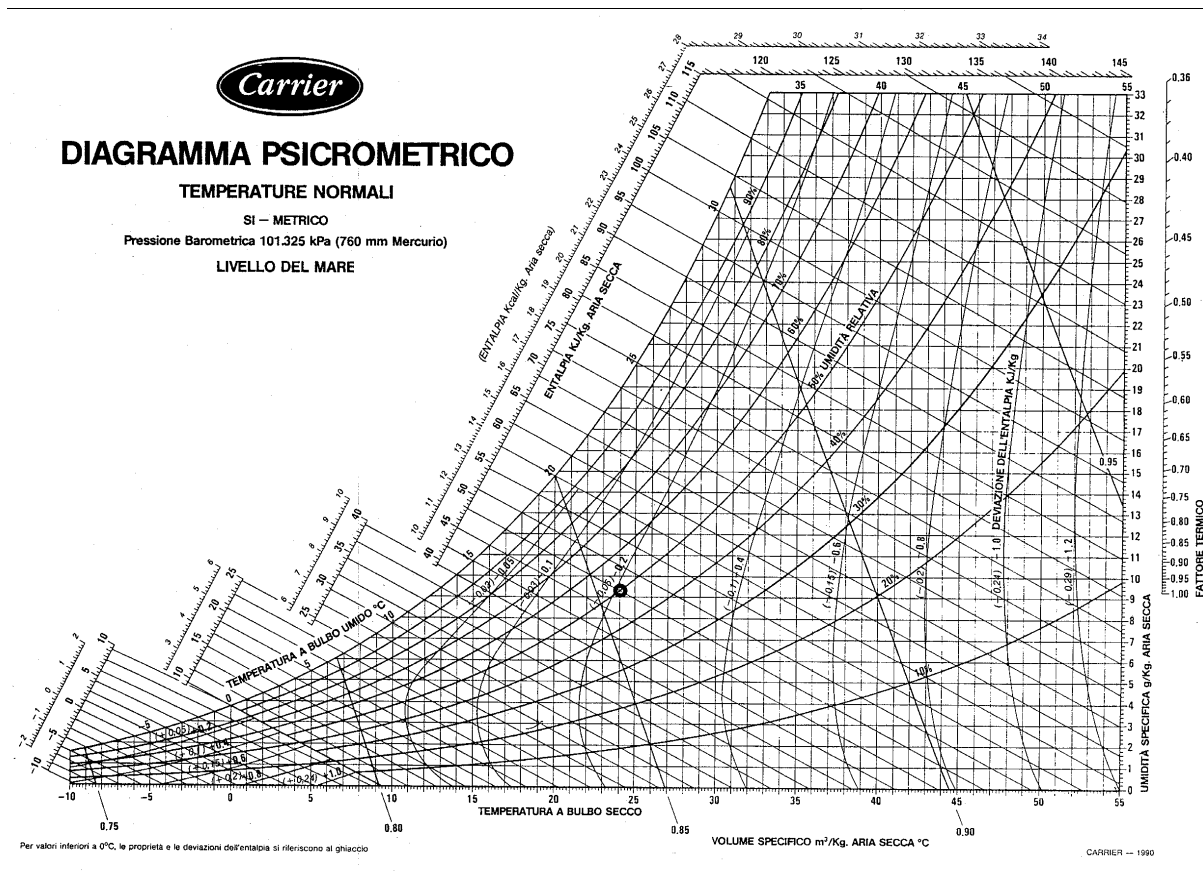


Figura 3: Diagramma psicrometrico Carrier.

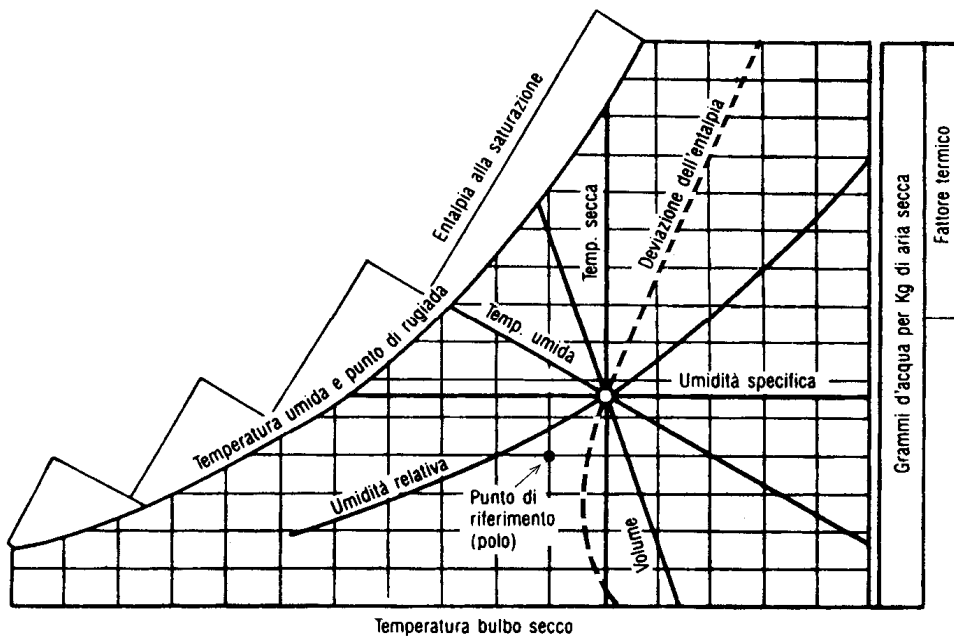


Figura 4: Significato delle linee sul diagramma psicrometrico Carrier.

#### 4. Equazioni di bilancio delle trasformazioni per il condizionamento dell'aria

Si consideri un sistema aperto a regime in cui entrano delle portate  $G_i$  ed escono delle portate  $G_u$  d'aria. Inoltre nel sistema entrano (o escono) delle portate  $G_l$  di acqua (allo stato liquido o vapore). Il sistema scambia con l'ambiente una potenza termica  $W_t$  ed una potenza meccanica  $W'_m$ . In queste condizioni, possiamo scrivere i bilanci di massa (aria secca ed acqua) ed energia come segue.

##### *Bilancio di massa dell'aria secca*

$$\sum_i G_i - \sum_u G_u = 0$$

##### *Bilancio di massa dell'acqua*

$$\sum_i G_i \omega_i - \sum_u G_u \omega_u \pm \sum G_l = 0$$

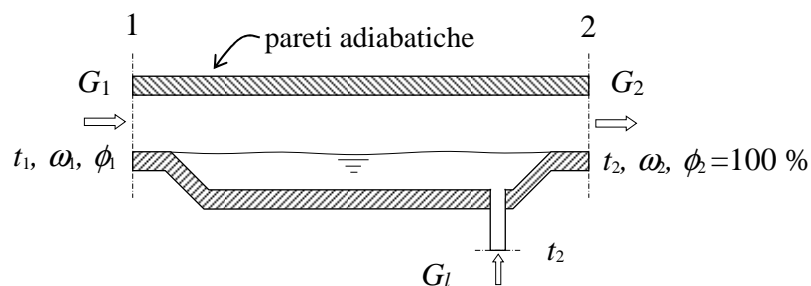
##### *Bilancio di energia dell'aria umida*

$$\sum_i G_i h_i - \sum_u G_u h_u \pm \sum G_l h_l + W_t - W'_m = 0$$

Le portate massiche di aria,  $G$ , sono espresse in (kg di aria secca / s) e quindi per una corrente di aria umida non rappresenta la portata massica totale. Questa scelta risiede nel fatto che la portata massica espressa in termini della sola aria secca rimane costante in presenza di umidificazione o deumidificazione della corrente di aria umida.

##### La temperatura di saturazione adiabatica

Un metodo pratico per determinare l'umidità specifica e l'umidità relativa dell'aria umida che si trovi in certe condizioni termoigrometriche (stato 1) è quello di far subire all'aria una trasformazione di saturazione adiabatica (vedi figura 5).



**Figura 5:** Saturatore adiabatico.

Risolvendo infatti le equazioni di bilancio per un saturatore adiabatico:

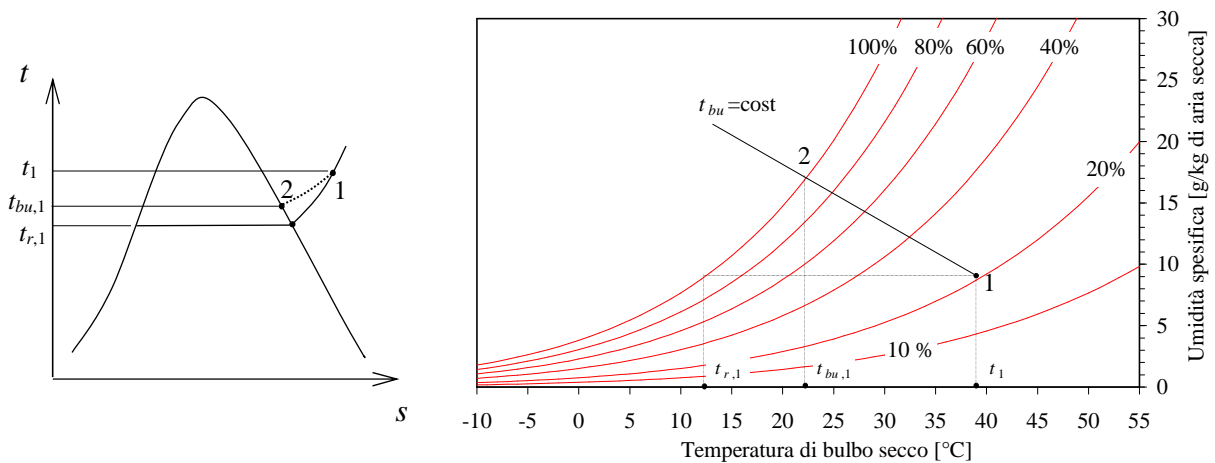
$$\begin{cases} G_1 - G_2 = 0 & \text{(bilancio in massa dell'aria secca)} \\ G_1 \omega_1 - G_2 \omega_2 + G_l = 0 & \text{(bilancio in massa dell'acqua)} \\ G_1 h_1 - G_2 h_2 - G_l h_{l,2} = 0 & \text{(bilancio di energia dell'aria umida)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_2 = G_1 = G \\ G_l = G(\omega_2 - \omega_1) \\ h_2 - h_1 = h_{l,2}(\omega_2 - \omega_1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \omega_2 - \frac{(h_2 - h_1)}{h_{l,2}}$$

Se si ipotizza che l'aria in uscita sia satura ( $\phi=100\%$ ) e che l'acqua di reintegro si trovi alla temperatura  $t_2$ , l'unica incognita nelle precedenti equazioni è  $\omega_1$  (si noti che  $h_1$  può essere scritta in funzione di  $\omega_1$ ). L'umidità specifica e quella relativa per lo stato 1 possono quindi essere determinate, in modo indiretto, misurando la pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso ed all'uscita di un sistema che realizza una trasformazione di saturazione adiabatica.

La temperatura di uscita del saturatore adiabatico, detta **temperatura di saturazione adiabatica**, è una proprietà termodinamica dell'aria umida nello stato di ingresso. La temperatura di saturazione adiabatica è compresa tra la temperatura di bulbo secco e la temperatura di rugiada (vedi figura 6). Per miscele aria-vapore alla pressione atmosferica la temperatura di saturazione adiabatica è molto vicina alla temperatura di bulbo umido (misurabile ad esempio con uno psicrometro a fionda).

Notare che dal punto di vista teorico la temperatura di saturazione adiabatica e quella di bulbo umido sono due concetti differenti, anche se nella pratica i due valori coincidono. Dato il piccolo valore della  $h_{l,2}$ , in pratica una trasformazione di saturazione adiabatica è anche pressoché isoentalpica.



**Figura 6:** Temperature di bulbo secco, di bulbo umido e di rugiada.



## 5. Principali processi di trasformazione dell'aria umida

### Processo di riscaldamento sensibile (o raffreddamento sensibile) dell'aria umida

Questi processi avvengono senza sottrazione o addizione di acqua ( $G_l = 0$ ). Il processo è analogo a quello che avviene in uno scambiatore di calore a superficie. L'elemento scaldante può essere costituito da una serpentina in cui scorre acqua calda o da una resistenza elettrica, mentre quello refrigerante può essere costituito da una serpentina in cui scorre acqua fredda, o dall'evaporatore di un impianto frigorifero.

*Bilancio di massa dell'aria secca*

$$G_1 - G_2 = 0 \Rightarrow G_1 = G_2 = G$$

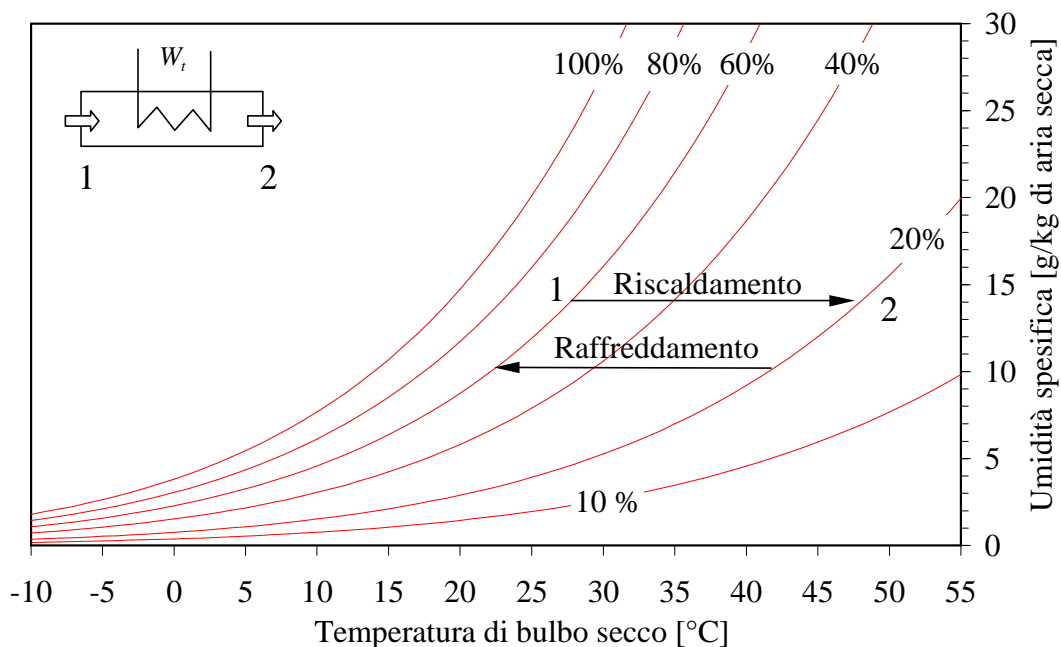
*Bilancio di massa dell'acqua*

$$G_1 \omega_1 - G_2 \omega_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_1 = \omega_2}$$

*Bilancio di energia dell'aria umida*

$$G_1 h_1 - G_2 h_2 + W_t = 0 \Rightarrow \boxed{W_t = G(h_2 - h_1)}$$

Durante il riscaldamento l'umidità relativa dell'aria diminuisce anche se l'umidità specifica rimane costante (il contrario si verifica nel caso di raffreddamento). E' questo il motivo per il quale, generalmente, un processo di riscaldamento è sempre accompagnato da un processo di umidificazione, mentre un processo di raffreddamento è sempre associato ad un processo di deumidificazione.



**Figura 7:** Processi di riscaldamento e raffreddamento sensibile.

**ESEMPIO 14.1 – Riscaldamento sensibile**

Si abbia una portata di d'aria di 0.5 kg/s a 24 °C e 50 % di umidità relativa. Determinare la potenza termica sensibile che bisogna fornire alla corrente d'aria per aumentare la sua temperatura di bulbo secco di 10 °C. Disegnare, inoltre, la trasformazione termoigrometrica sul diagramma Carrier.

L'umidità specifica e l'entalpia dell'aria umida in ingresso ed in uscita dall'unità di riscaldamento possono essere determinate facendo uso delle seguenti formule (o mediante il programma CATT, oppure in maniera approssimata mediante un diagramma psicrometrico):

$$p_{v,sat} \cong 1000 \cdot \exp\left(16.6536 - \frac{4030.183}{t + 235}\right) \text{ [Pa]}$$

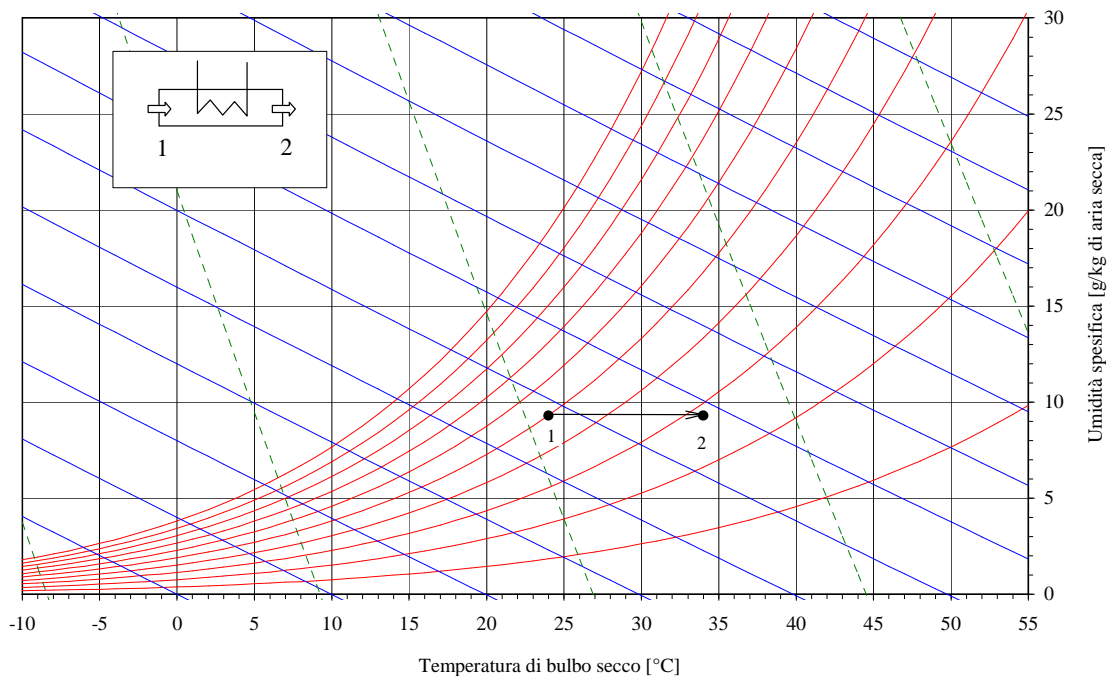
$$\omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,sat}}{p - \phi p_{v,sat}}$$

$$h = h_a + h_v \omega = 1.005t + 2501.3\omega + 1.820t\omega \text{ [kJ/kg]}$$

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-]   | $h$ [kJ/kg] |
|---------|-----------|------------|------------------|----------------|-------------|
| stato 1 | <b>24</b> | <b>50</b>  | 2983             | 0.00929        | 47.77       |
| stato 2 | <b>34</b> | 28         | 5320             | <b>0.00929</b> | 57.99       |

La potenza termica sensibile che bisogna fornire alla corrente d'aria umida si ricava dalle equazioni di bilancio e vale:

$$W_t = G(h_2 - h_1) = 5.1 \text{ kW}$$



**Processo di mescolamento adiabatico di due correnti d'aria umida**

In questo processo si mescolano due correnti d'aria umida senza apporto di energia dall'esterno. Il processo è analogo a quello che avviene in uno scambiatore di calore a miscelamento.

*Bilancio di massa dell'aria secca*

$$G_1 + G_2 - G_3 = 0 \Rightarrow G_3 = G_1 + G_2$$

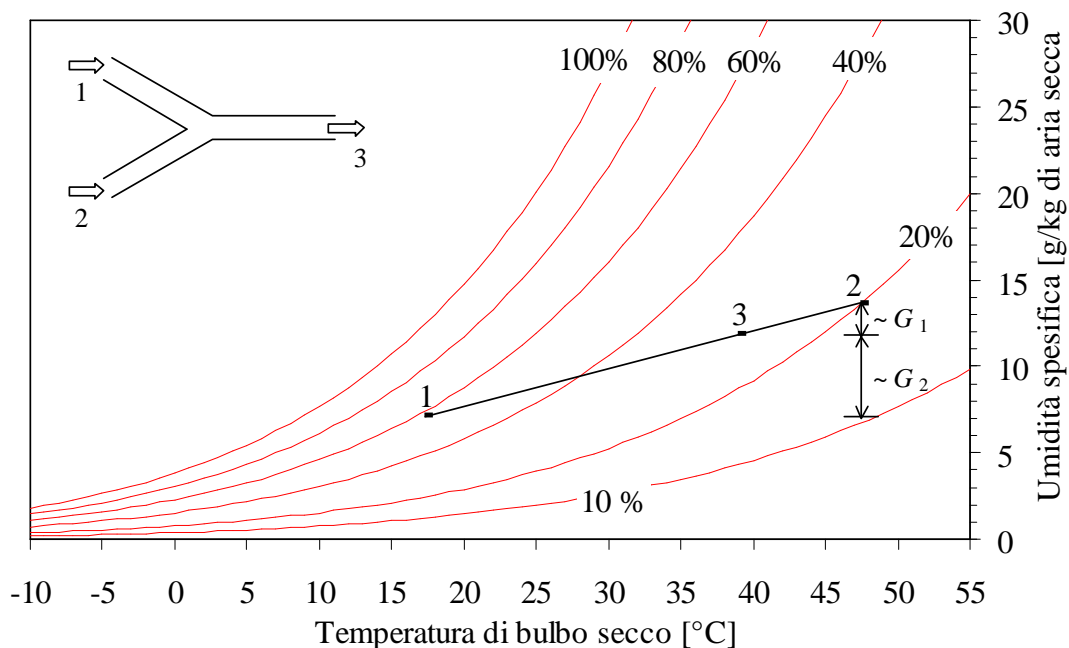
*Bilancio di massa dell'acqua*

$$G_1 \omega_1 + G_2 \omega_2 - G_3 \omega_3 = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_2 - \omega_3}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{G_1}{G_2}}$$

*Bilancio di energia dell'aria umida*

$$G_1 h_1 + G_2 h_2 - G_3 h_3 = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1} = \frac{G_1}{G_2}}$$

Quando due differenti flussi d'aria vengono miscelati adiabaticamente, il punto rappresentativo della miscela (punto 3) sul diagramma psicrometrico (v. figura 8) si trova sulla retta congiungente i due punti originari 1 e 2 ed il rapporto tra le distanze 2-3 su 3-1 è pari al rapporto tra le portate  $G_1$  e  $G_2$ .



**Figura 8:** Processo di mescolamento adiabatico.

**ESEMPIO 14.2 – Mescolamento adiabatico**

Si mescolino una portata di 0.5 kg/s d'aria a 24 °C e 50 % di umidità relativa con 0.1 kg/s a 34 °C e 70 % di umidità relativa.

Determinare le condizioni termoigrometriche dell'aria umida in uscita dall'unità di miscelamento. Disegnare, inoltre, la trasformazione termoigrometrica sul diagramma Carrier.

L'umidità specifica e l'entalpia delle due correnti d'aria umida in ingresso al miscelatore possono essere determinate facendo uso delle seguenti formule (o mediante il programma CATT, oppure in maniera approssimata mediante un diagramma psicrometrico):

$$p_{v,sat} \cong 1000 \cdot \exp\left(16.6536 - \frac{4030.183}{t + 235}\right) \text{ [Pa]}$$

$$\omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,sat}}{p - \phi p_{v,sat}}$$

$$h = h_a + h_v \omega = 1.005t + 2501.3\omega + 1.820t\omega \text{ [kJ/kg]}$$

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-] | $h$ [kJ/kg] |
|---------|-----------|------------|------------------|--------------|-------------|
| stato 1 | <b>24</b> | <b>50</b>  | 2983             | 0.00929      | 47.77       |
| stato 2 | <b>34</b> | <b>70</b>  | 5320             | 0.02373      | 94.99       |

Il titolo e l'entalpia della corrente d'aria umida in uscita dal miscelatore possono essere determinati mediante le equazioni di bilancio e valgono, rispettivamente:

$$\omega_3 = \frac{G_1 \omega_1 + G_2 \omega_2}{G_1 + G_2} = 0.0117$$

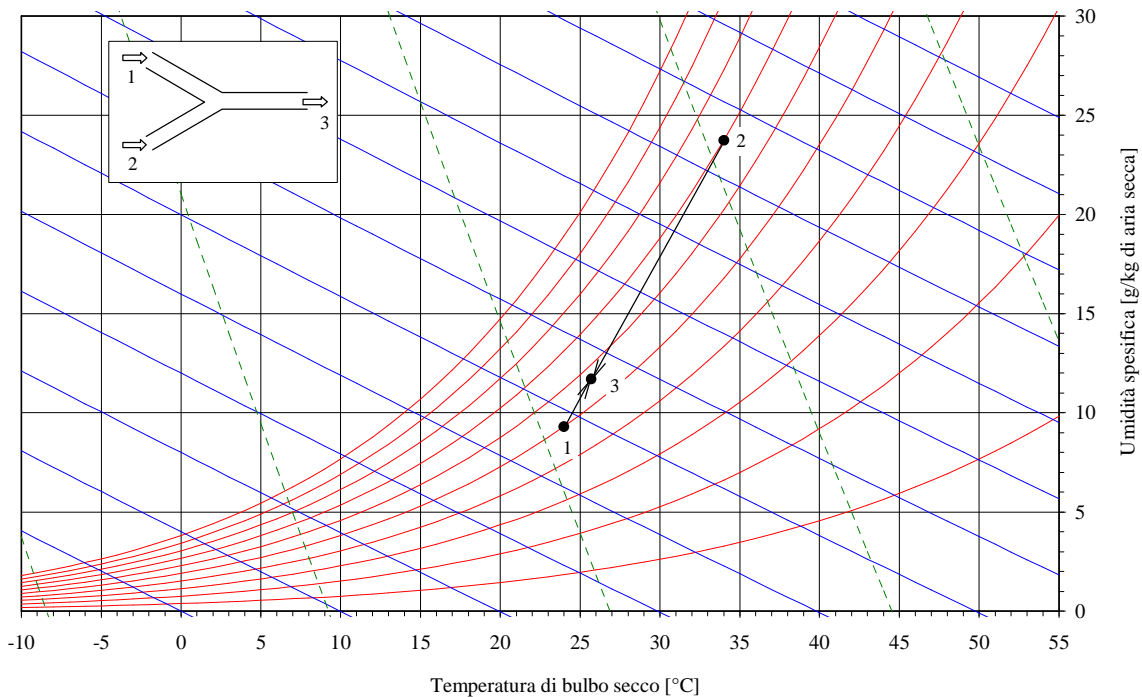
$$h_3 = \frac{G_1 h_1 + G_2 h_2}{G_1 + G_2} = 55.64 \text{ kJ/kg}$$

Noti il titolo e l'entalpia dell'aria umida nello stato 3, è possibile calcolare la temperatura di bulbo secco e l'umidità specifica facendo uso delle seguenti relazioni:

$$t_3 = \frac{h_3 - 2501.3\omega_3}{1.005 + 1.820\omega_3} = 25.7 \text{ °C}$$

$$\phi_3 = \frac{\omega_3}{\omega_3 + 0.622 \frac{p}{p_{v,sat}(t_3)}}$$

|         | $t$ [°C] | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-]  | $h$ [kJ/kg]  |
|---------|----------|------------|------------------|---------------|--------------|
| stato 3 | 25.7     | 56.7       | 3302             | <b>0.0117</b> | <b>55.64</b> |



**Processo di raffreddamento con deumidificazione dell'aria umida**

Nella maggior parte degli impianti di condizionamento estivo dell'aria si richiedono, contemporaneamente, il raffreddamento e la deumidificazione dell'aria trattata.

*Bilancio di massa dell'aria secca*

$$G_1 - G_2 = 0 \Rightarrow G_1 = G_2 = G$$

*Bilancio di massa dell'acqua*

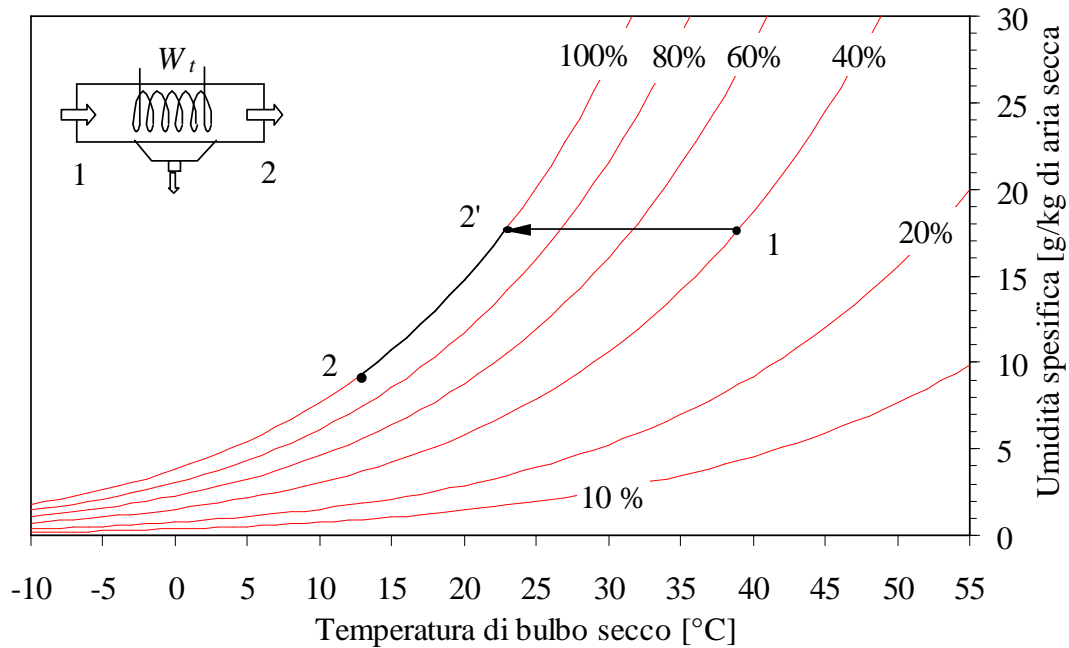
$$G_1 \omega_1 - G_2 \omega_2 - G_l = 0 \Rightarrow \boxed{G_l = G (\omega_1 - \omega_2)}$$

*Bilancio di energia dell'aria umida*

$$G_1 h_1 - G_2 h_2 - G_l h_l + W_t = 0 \Rightarrow \boxed{h_2 = h_1 - (\omega_1 - \omega_2) h_l + W_t / G}$$

Per il calcolo dell'entalpia del liquido ( $h_l$ ) si assume che esso sia estratto alla temperatura  $t_2$  (in realtà esso viene estratto a temperature comprese tra quelle del punto 2' e del punto 2). Il contributo dell'entalpia del liquido al bilancio energetico è comunque quasi sempre trascurabile.

L'aria in uscita (condizioni 2) è satura e occorre generalmente un successivo processo di riscaldamento sensibile per riportarla in condizioni di umidità relativa gradevoli.



**Figura 9:** Processo di raffreddamento con deumidificazione.

**Processo di deumidificazione con by-pass**

In realtà nel processo di raffreddamento con deumidificazione solo una parte d'aria viene in contatto con la superficie raffreddante subendo il processo 1-2 (linea in grassetto del grafico precedente). La rimanente parte dell'aria (aria by-passata) non subisce alcuna trasformazione (rimane cioè nello stato 1). Inoltre, alcune volte si può introdurre intenzionalmente un circuito di by-pass esterno per evitare il successivo processo di riscaldamento sensibile.

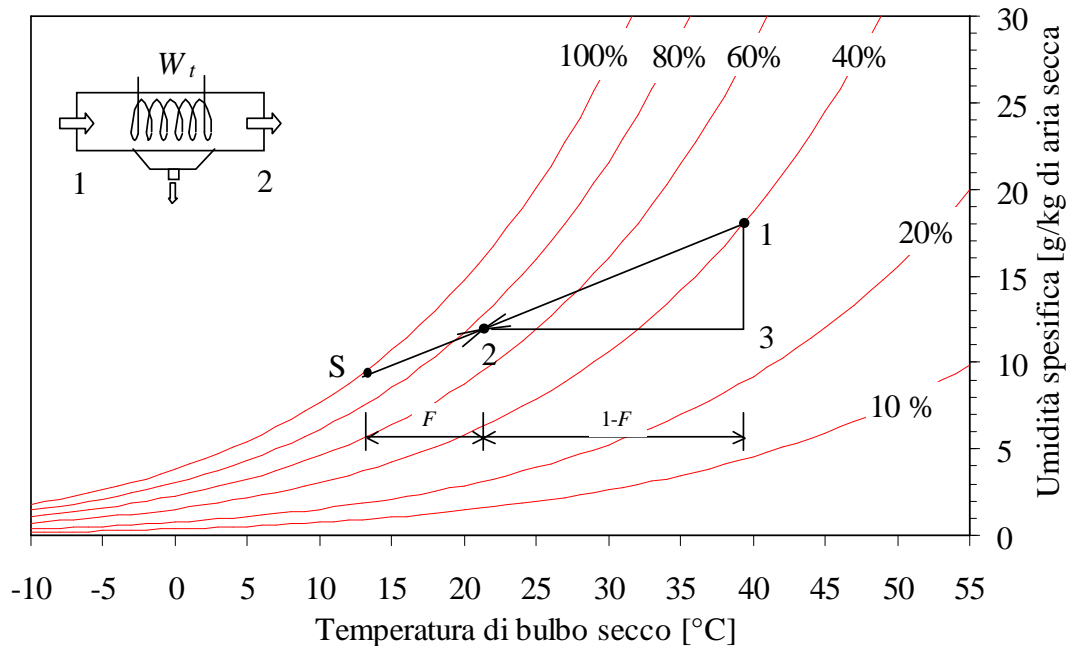
All'uscita della batteria di raffreddamento si avrà quindi un mescolamento tra l'aria nelle condizioni S (la temperatura  $t_s$  è la temperatura media della superficie della batteria) e l'aria nelle condizioni 1 che risulta in una miscela nelle condizioni 2 (vedi secondo grafico).

Si definisce **fattore di bypass**,  $F$ , il rapporto tra la portata d'aria by-passata e quella totale:

$$F \equiv G_{bp} / G$$

Il calore sottratto all'aria umida serve in parte per raffreddarla (calore sensibile) ed in parte per deumidificarla (calore latente). Se si trascura il flusso convettivo d'energia del condensato dal bilancio d'energia discende che:

$$W_{t,tot} \cong G(h_2 - h_1) = W_{t,sens} + W_{t,lat} = G(h_2 - h_3) + G(h_3 - h_1)$$



**Figura 10:** Processo di raffreddamento con deumidificazione.

**ESEMPIO 14.3 – Raffreddamento con deumidificazione**

Una corrente di 0.1 kg/s d'aria umida passa attraverso un deumidificatore avente una batteria di raffreddamento con una temperatura media della superficie esterna di 12 °C e con un fattore di bypass di 0.1. L'aria umida esterna ha una temperatura di 24 °C ed un'umidità relativa del 70 %.

Determinare le condizioni termoigrometriche dell'aria umida in uscita dal deumidificatore e la potenza termica scambiata con la corrente d'aria. Disegnare la trasformazione termoigrometrica sul diagramma Carrier.

L'umidità specifica e l'entalpia della corrente d'aria umida in ingresso al deumidificatore possono essere determinate facendo uso delle seguenti formule (o mediante il programma CATT, oppure in maniera approssimata mediante un diagramma psicrometrico):

$$p_{v,sat} \cong 1000 \cdot \exp\left(16.6536 - \frac{4030.183}{t + 235}\right) \text{ [Pa]}$$

$$\omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,sat}}{p - \phi p_{v,sat}}$$

$$h = h_a + h_v \omega = 1.005t + 2501.3\omega + 1.820t\omega \text{ [kJ/kg]}$$

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-] | $h$ [kJ/kg] |
|---------|-----------|------------|------------------|--------------|-------------|
| stato 1 | <b>24</b> | <b>70</b>  | 2983             | 0.0131       | 57.46       |

La frazione  $(1 - F_{bp})$  di portata non bypassata esce dal gruppo di raffreddamento ad una temperatura di 12 °C e con un'umidità relativa del 100 %. Se indichiamo con S lo stato

corrispondente a questa frazione di corrente di aria umida, le variabili di stato corrispondenti sono:

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-] | $h$ [kJ/kg] |
|---------|-----------|------------|------------------|--------------|-------------|
| stato S | <b>12</b> | <b>100</b> | 1401             | 0.0087       | 34.13       |

Il titolo e l'entalpia della corrente totale d'aria umida in uscita dall'umidificatore possono essere determinati considerando che in uscita dal gruppo di refrigerazione avviene un miscelamento tra una portata  $(1-F)G$  con proprietà uguali a quelle dello stato S ed una portata  $F G$  che si trova nelle condizioni 1:

$$\omega_2 = F \omega_1 + (1-F)\omega_s = 0.0091$$

$$h_2 = F h_1 + (1-F)h_s = 36.46 \text{ kJ/kg}$$

La temperatura e l'umidità specifica dello stato 2 valgono:

$$t_2 = \frac{h_2 - 2501.3\omega_2}{1.005 + 1.820\omega_2} = 13.4 \text{ °C}$$

$$\phi_2 = \frac{\omega_2}{\omega_2 + 0.622} \frac{p}{p_{v,sat}(t_2)} = 95.1 \%$$

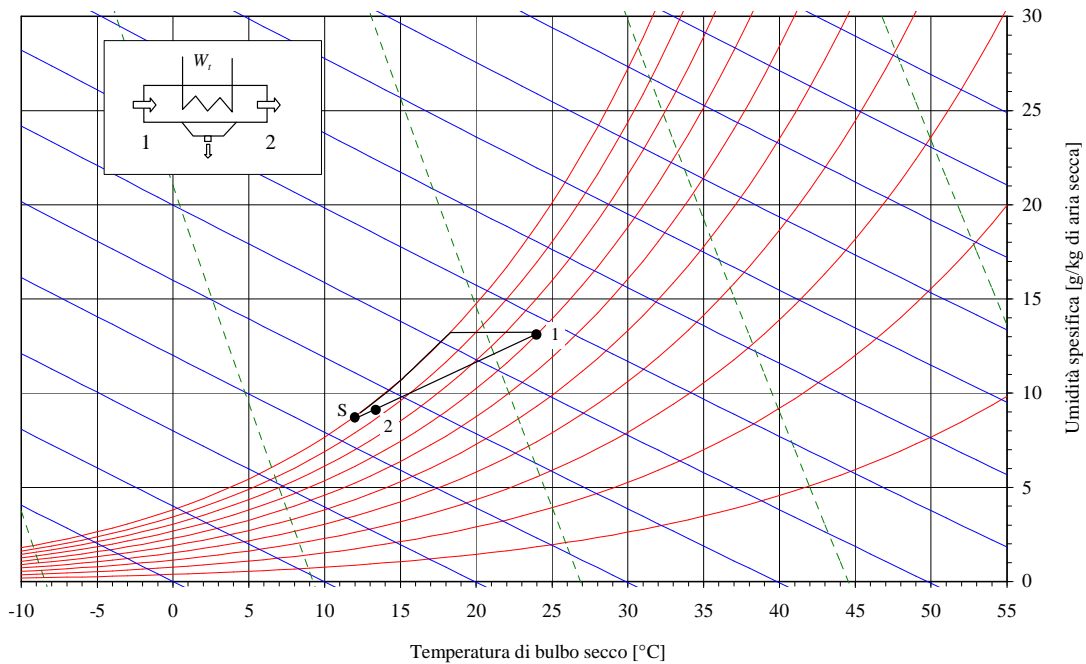
|         | $t$ [°C] | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-]  | $h$ [kJ/kg]  |
|---------|----------|------------|------------------|---------------|--------------|
| stato 2 | 13.4     | 95.1       | 1535             | <b>0.0091</b> | <b>36.46</b> |

La potenza termica scambiata con la corrente d'aria umida vale:

$$W_{t,tot} \cong G(h_2 - h_1) = -2.1 \text{ kW}$$

mentre la portata di vapore estratto per condensazione è:

$$G_1 = G(\omega_1 - \omega_2) = 0.4 \text{ g/s}$$





**Processo di raffreddamento per evaporazione diretta**

Il solo raffreddamento dell'aria umida si può ottenere anche mediante evaporazione di acqua in fase liquida. L'acqua per evaporare deve assorbire calore latente di evaporazione dall'acqua stessa o dall'aria circostante. Sia l'aria che l'acqua possono raffreddarsi durante il processo di evaporazione. Il raffreddamento per evaporazione è un processo identico alla trasformazione di saturazione adiabatica, eccetto per il fatto che non è detto che l'aria in uscita sia satura. Per questo motivo il processo di raffreddamento per evaporazione viene rappresentato sul diagramma psicrometrico come una linea a temperatura di bulbo umido costante (ciò non è esatto se l'acqua viene spruzzata ad una temperatura diversa da quella di uscita dell'aria). Dal momento che le linee a temperatura di bulbo umido costante sono praticamente coincidenti con quelle ad entalpia costante, si può assumere che anche l'entalpia durante questo processo rimanga costante.

**Processo di riscaldamento con umidificazione**

Nella maggior parte degli impianti di condizionamento invernale dell'aria si richiedono, contemporaneamente, il riscaldamento e l'umidificazione dell'aria trattata. I bilanci della sez. 1-2 sono già stati visti (vedi riscaldamento sensibile) per cui le equazioni di bilancio riportate di seguito sono relative alla sola sezione di umidificazione (2-3)

*Bilancio di massa dell'aria secca nella sezione di umidificazione*

$$G_2 - G_3 = 0 \Rightarrow G_2 = G_3 = G_1 = G$$

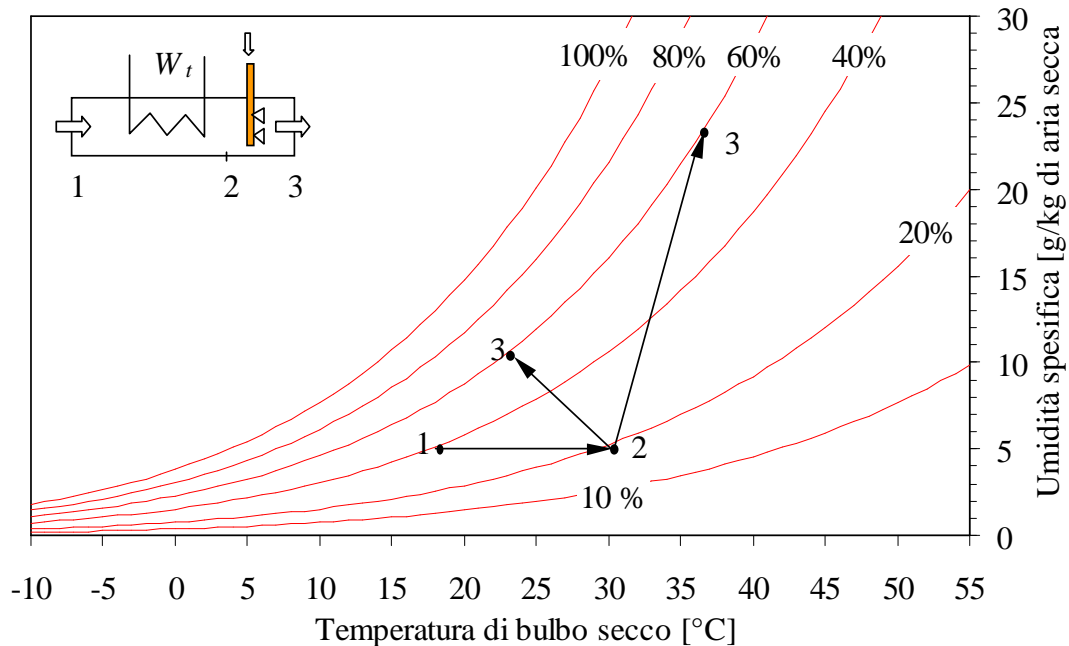
*Bilancio di massa dell'acqua nella sezione di umidificazione*

$$G_2 \omega_2 - G_3 \omega_3 + G_v = 0 \Rightarrow \boxed{G_v = G(\omega_3 - \omega_2) = G(\omega_3 - \omega_1)}$$

*Bilancio di energia dell'aria umida nella sezione di umidificazione*

$$G_2 h_2 - G_3 h_3 + G_v h_v = 0 \Rightarrow \boxed{h_3 = h_2 + (\omega_3 - \omega_2)h_v = h_1 + W_{t,sens} / G + (\omega_3 - \omega_1)h_v}$$

Questo processo è caratterizzato da un aumento di entalpia e di umidità specifica dell'aria trattata. La temperatura finale di bulbo secco ( $T_3$ ) può essere minore, uguale o maggiore di quella iniziale, a seconda del processo di umidificazione. Se si introduce vapore surriscaldato nella sezione di umidificazione, come nell'esempio considerato, si avrà umidificazione (crescita dell'umidità) con contemporaneo riscaldamento. Se l'umidificazione viene realizzata spruzzando acqua nella corrente d'aria, parte del calore latente di evaporazione sarà sottratto all'aria che quindi si raffredda (vedi trasformazione 2-3 riportata in figura 11).



**Figura 11:** Processo di riscaldamento con umidificazione.

#### **ESEMPIO 14.4 – Riscaldamento con umidificazione**

Una corrente di 0.1 kg/s d'aria umida esterna entra in un condizionatore a 15 °C e al 30 % di umidità relativa ed esce a 24 °C e al 50 % di umidità relativa. Il riscaldamento avviene mediante una resistenza elettrica, mentre l'umidificazione avviene con acqua in fase liquida nebulizzata all'interno della corrente d'aria.

Determinare la potenza termica necessaria per il riscaldamento e la portata massica di liquido necessaria per l'umidificazione. Disegnare, inoltre, la trasformazione termoigrometrica sul diagramma Carrier.

L'umidità specifica e l'entalpia della corrente d'aria umida in ingresso ed in uscita dal condizionatore possono essere determinate facendo uso delle seguenti formule (o mediante il programma CATT, oppure in maniera approssimata mediante un diagramma psicrometrico):

$$p_{v,sat} \cong 1000 \cdot \exp\left(16.6536 - \frac{4030.183}{t + 235}\right) \quad [\text{Pa}]$$

$$\omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,sat}}{p - \phi p_{v,sat}}$$

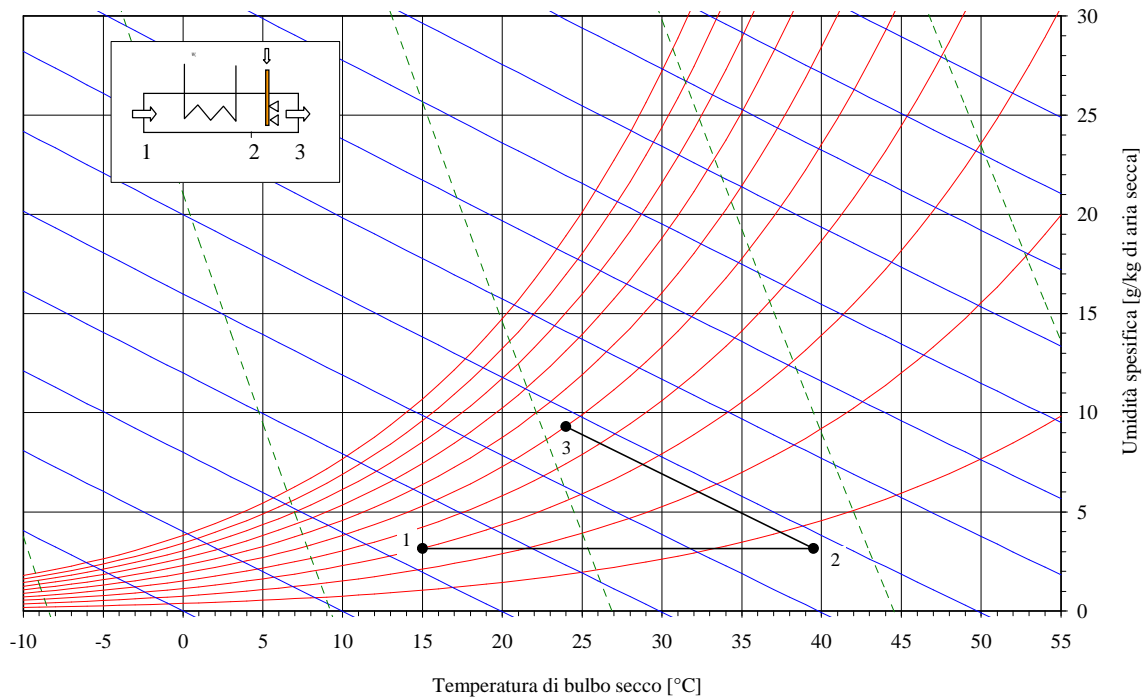
$$h = h_a + h_v \omega = 1.005t + 2501.3\omega + 1.820t\omega \quad [\text{kJ/kg}]$$

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-]   | $H$ [kJ/kg]  |
|---------|-----------|------------|------------------|----------------|--------------|
| stato 1 | <b>15</b> | <b>30</b>  | 1703             | 0.00315        | 23.0         |
| stato 3 | <b>24</b> | <b>50</b>  | 2983             | 0.00929        | 47.77        |
| stato 2 | 39.5      | 7.1        | 7183             | <b>0.00315</b> | <b>47.77</b> |

La potenza termica necessaria per il riscaldamento e la portata massica di liquido necessaria per l'umidificazione valgono, rispettivamente:

$$W_t = G(h_2 - h_1) = 2.5 \text{ kW}$$

$$G_l = G(\omega_3 - \omega_2) = 0.61 \text{ g/s}$$



## 6. Torri di raffreddamento

Nel processo di conversione dell'energia termica in energia meccanica degli impianti termoelettrici o nel processo di condizionamento, può risultare necessario smaltire una grande quantità di calore verso l'ambiente esterno. Un metodo per trasferire questo calore all'ambiente esterno è quello di far uso delle **torri di raffreddamento**.

Esistono torri di **raffreddamento a secco** (cioè senza contatto tra il fluido motore dell'impianto e la corrente d'aria esterna, ovvero veri e propri scambiatori a superficie) e torri di **raffreddamento ad umido** (o evaporative) nelle quali il fluido motore dell'impianto (acqua calda) viene in intimo contatto con l'aria esterna. In quest'ultimo caso lo scambio di calore tra l'acqua e l'aria avviene per *evaporazione* di una piccola quantità di acqua e, in misura minore, per *convezione*.

Nelle torri di raffreddamento l'aria circola o per **tiraggio naturale** (in questo caso le torri sono a profilo iperbolico e di grande altezza) o per **tiraggio forzato** (in questo caso le torri sono normalmente di forma cilindrica). L'acqua calda generalmente è immessa dall'alto in controcorrente e atomizzata con spruzzatori oppure distribuita per gravità su di una serie di graticci per favorirne il contatto con l'aria immessa dal basso.

*Bilancio di massa dell'aria secca*

$$G_1 - G_2 = 0 \Rightarrow G_1 = G_2 = G$$

*Bilancio di massa dell'acqua*

$$G_1 \omega_1 - G_2 \omega_2 + G_3 - G_4 = 0 \Rightarrow \boxed{G_4 = G_3 - G(\omega_2 - \omega_1)}$$

*Bilancio di energia dell'aria umida + goccioline di liquido*

$$G_1 h_1 - G_2 h_2 + G_3 h_3 - G_4 h_4 = 0 \Rightarrow \boxed{G = \frac{G_3 (h_4 - h_3)}{(h_1 - h_2) + (\omega_2 - \omega_1) h_4}}$$

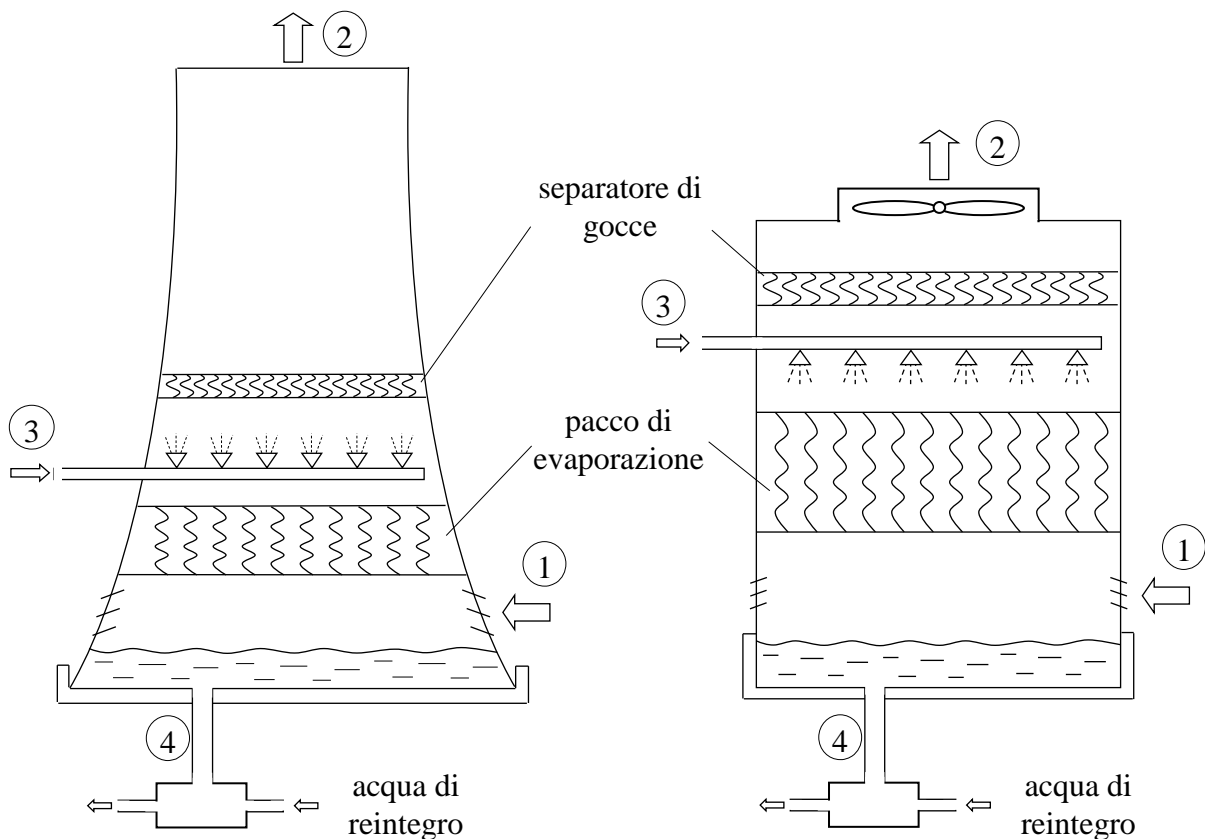
Il consumo di acqua dovuto all'evaporazione in seno all'aria è dato da:

$$\boxed{G_3 - G_4 = G(\omega_2 - \omega_1)}$$

E' importante notare che la temperatura minima alla quale si può avere l'acqua in uscita dalla torre evaporativa è la temperatura *di bulbo umido* dell'aria umida in ingresso (la torre in questo caso si comporterebbe come un saturatore adiabatico). In una torre a secco la temperatura minima di uscita dell'acqua è invece uguale a quella *di bulbo asciutto* dell'aria in ingresso e quindi (tranne nel caso d'aria satura) superiore alla precedente.

E' possibile definire l'*efficienza* ( $\mathcal{E}$ ) di una torre di raffreddamento ad umido come il rapporto tra la potenza termica effettivamente sottratta all'acqua e quella massima sottraibile teoricamente:

$$\boxed{\mathcal{E} \equiv \frac{W_t}{W_{t,\max}} \cong \frac{t_3 - t_4}{t_3 - t_{bu,1}}}$$



**Figura 12:** Torre di raffreddamento a circolazione naturale (a sinistra) ed a circolazione forzata (a destra).

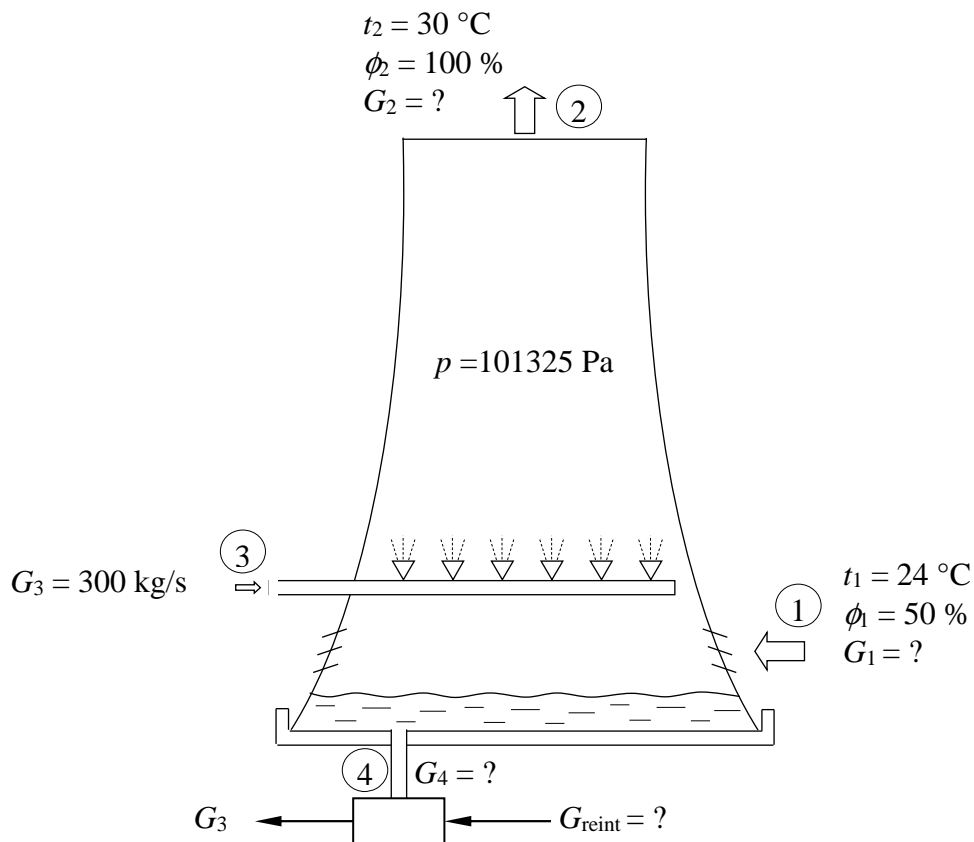
### **ESEMPIO 14.5 – Torre di raffreddamento**

L'acqua uscente dal condensatore di una centrale termoelettrica è inviata ad una serie di torri refrigerative a circolazione naturale. L'aria entra in ciascuna torre con temperatura di bulbo secco e con umidità relativa di 24 °C e 50 %, rispettivamente, e fuoriesce in condizioni di saturazione alla temperatura di 30 °C (vedi figura). La portata massica dell'acqua inviata a ciascuna torre evaporativa è pari a 300 kg/s.

Nell'ipotesi che il processo sia stazionario e che la pressione dell'aria umida nella torre sia 101325 Pa, si calcoli la portata massica d'aria che attraversa la torre e la portata massica di acqua necessaria per il reintegro nei seguenti tre casi:

- l'acqua viene inviata a ciascuna torre con temperatura di 35 °C e fuoriesce con temperatura pari a 23 °C;
- l'acqua viene inviata a ciascuna torre con temperatura di 32 °C e fuoriesce con una temperatura pari a 23 °C;
- l'acqua viene inviata a ciascuna torre con temperatura di 35 °C e fuoriesce con una temperatura pari a 18 °C.

Si valuti inoltre l'efficienza della torre di refrigerazione nei tre casi suddetti.



- a) L'umidità specifica e l'entalpia dell'aria umida in ingresso ed in uscita dalla torre di raffreddamento può essere determinata mediante le seguenti formule (o mediante il programma CATT, oppure in maniera approssimata mediante un diagramma psicrometrico):

$$\omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,sat}}{p - \phi p_{v,sat}}$$

$$h = h_a + h_v \omega = 1.005t + 2501.3\omega + 1.820t\omega \quad [\text{kJ/kg}]$$

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{v,sat}$ [Pa] | $\omega$ [-] | $h$ [kJ/kg] |
|---------|-----------|------------|------------------|--------------|-------------|
| stato 1 | <b>24</b> | <b>50</b>  | 2983             | 0.00929      | 47.77       |
| stato 2 | <b>30</b> | <b>100</b> | 4246             | 0.02720      | 99.7        |

Le entalpie specifiche dell'acqua in ingresso ed in uscita dalla torre di refrigerazione valgono rispettivamente:

$$h_3 = 4.186 t_3 = 146.5 \text{ kJ/kg}$$

$$h_4 = 4.186 t_4 = 96.3 \text{ kJ/kg}$$

La portata d'aria in ingresso alla torre può essere determinata mediante la seguente formula:

$$G = \frac{G_3 (h_4 - h_3)}{(h_1 - h_2) + (\omega_2 - \omega_1) h_4} = 300 \text{ kg/s}$$

La portata di liquido da reintegrare

$$G_3 - G_4 = G(\omega_2 - \omega_1) = 5.4 \text{ kg/s}$$

Come si può notare bisogna reintegrare solo il 2 % circa della portata di liquido inviata alla torre.

L'efficienza della torre di refrigerazione ad umido può essere valutata con la seguente formula approssimata:

$$\varepsilon \equiv \frac{W_t}{W_{t,\max}} \cong \frac{t_3 - t_4}{t_3 - t_{bu,1}} = \frac{35 - 23}{35 - 17.1} = 67 \%$$

Per il caso b) ed il caso c) si procede in modo analogo a quanto visto precedentemente.

### **ESEMPIO 14.6 – Torre di raffreddamento**

L'acqua uscente dal condensatore di una piccola centrale termoelettrica è inviata ad una serie di torri refrigerative a circolazione forzata. L'aria entra in ciascuna torre con temperatura di bulbo secco e con umidità relativa di 25 °C e 50 %, rispettivamente, e fuoriesce alla temperatura di 30 °C e con un'umidità relativa del 98 %.

La portata massica dell'acqua inviata a ciascuna torre evaporativa è pari a 50 kg/s, mentre la sua temperatura è di 35 °C. La temperatura di uscita dell'acqua dalla torre è uguale a quella di ingresso dell'aria.

Si calcoli:

1. la portata massica d'aria che attraversa la torre;
2. la portata massica di acqua necessaria per il reintegro nell'ipotesi che la temperatura dell'acqua in uscita dalla torre sia uguale alla temperatura dell'aria in ingresso alla torre;
3. l'efficienza della torre di refrigerazione;
4. la potenza termica che l'aria umida scambia con per sola convezione con le goccioline di liquido durante la loro discesa.

(Si supponga il processo stazionario e si assuma la pressione dell'aria umida nella torre uguale a 101325 Pa; inoltre, nel bilancio energetico si trascuri la potenza meccanica del ventilatore)

L'umidità specifica e l'entalpia dell'aria umida in ingresso ed in uscita dalla torre di raffreddamento possono essere determinate mediante le seguenti formule (o mediante il programma CATT, oppure in maniera approssimata mediante un diagramma psicrometrico):

$$\omega = 0.622 \frac{\phi p_{v,\text{sat}}}{p - \phi p_{v,\text{sat}}}$$

$$h = h_a + h_v \omega = 1.005t + 2501.3\omega + 1.820t\omega \quad [\text{kJ/kg}]$$

|         | $t$ [°C]  | $\phi$ [%] | $p_{vsat}$ [Pa] | $\omega$ [-] | $h$ [kJ/kg] |
|---------|-----------|------------|-----------------|--------------|-------------|
| stato 1 | <b>25</b> | <b>50</b>  | 3167            | 0.009876     | 50.3        |
| stato 2 | <b>30</b> | <b>98</b>  | 4243            | 0.026620     | 98.2        |

Le entalpie specifiche dell'acqua in ingresso ed in uscita dalla torre di refrigerazione valgono rispettivamente:

$$h_3 = 4.186 t_3 = 146.5 \text{ kJ/kg}$$

$$h_4 = 4.186 t_4 = 104.7 \text{ kJ/kg}$$

La portata d'aria in ingresso alla torre può essere determinata mediante la seguente formula:

$$G = \frac{G_3 (h_4 - h_3)}{(h_1 - h_2) + (\omega_2 - \omega_1) h_4} = 45.3 \text{ kg/s}$$

La portata di liquido da reintegrare

$$G_3 - G_4 = G(\omega_2 - \omega_1) = 0.76 \text{ kg/s}$$

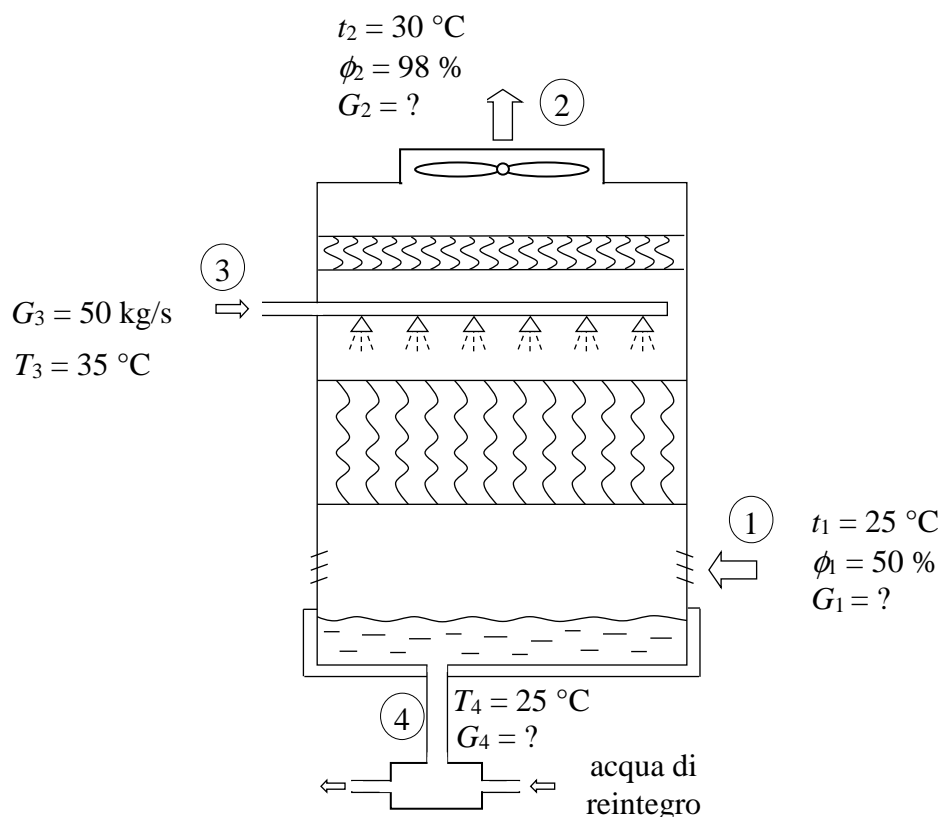
Come si può notare bisogna reintegrare solo il 1.5 % circa della portata di liquido inviata alla torre.

L'efficienza della torre di refrigerazione ad umido può essere valutata con la seguente formula approssimata:

$$\varepsilon \equiv \frac{W_t}{W_{t,\max}} \cong \frac{t_3 - t_4}{t_3 - t_{bu,1}} = \frac{35 - 25}{35 - 17.89} = 58.4 \%$$

Eseguendo il bilancio dell'energia per le sole goccioline di liquido in caduta all'interno della torre si ricava:

$$W_{t,\text{conv}} = G_3 h_3 - G_4 h_4 - (G_3 - G_4) h_v = 231.6 \text{ kW}$$



□



## BIBLIOGRAFIA

- Moran, Shapiro, Munson, DeWitt., Elementi di Fisica Tecnica per l'Ingegneria, trad. M. Corticelli, *McGraw-Hill*, 2011, Cap.10.
- Y. A. Cengel, "Termodinamica e trasmissione del calore", *McGraw-Hill*, New York, 1998, Cap.9.
- P. Anglesio, "Elementi di Impianti Termotecnici", *Pitagora Editrice*, Bologna, 1998, Capp. 7-9.
- R. Mastrullo, P. Mazzei e R. Vanoli, "Termodinamica per ingegneri", *Liguori editore*, Napoli, 1996, Cap.4.
-